

1.1 次の方程式を解きなさい。

(1) $|x - 3| = 1$ (2) $|2x - 3| = 5$

1.2 次の方程式を解きなさい。

(1) $|x + 4| = 8$ (2) $|3x + 5| = 2$

2.1 次の不等式を解きなさい。

(1) $|x - 2| < 6$ (2) $|2x + 1| \geq 3$

2.2 次の不等式を解きなさい。

(1) $|x + 7| > 4$ (2) $|3x - 2| \leq 9$

3.1 次の方程式、不等式を解きなさい。

(1) $|x + 3| - |x - 6| = 3$ (2) $|x + 1| + |x - 3| < 6$

3.2 次の方程式、不等式を解きなさい。

(1) $|x - 2| + |x - 5| = 3$ (2) $|x + 2| - |x + 4| \geq 1$

4.1 次の方程式、不等式を解きなさい。

(1) $|x - 1| - 3 = x$ (2) $|x - 2| - 1 < x$

4.2 次の方程式、不等式を解きなさい。

(1) $|x + 4| + x = 0$ (2) $3 - 2|x + 1| \geq x$

1.1 次の方程式を解きなさい。

(1) $|x - 3| = 1$

$$x - 3 = \pm 1$$

$$x = 2, 4$$

(2) $|2x - 3| = 5$

$$2x - 3 = \pm 5$$

$$x = -1, 4$$

1.2 次の方程式を解きなさい。

(1) $|x + 4| = 8$

$$x + 4 = \pm 8$$

$$x = -12, 4$$

(2) $|3x + 5| = 2$

$$3x + 5 = \pm 2$$

$$x = -\frac{7}{3}, -1$$

2.1 次の不等式を解きなさい。

(1) $|x - 2| < 6$

$$-6 < x - 2 < 6$$

$$-4 < x < 8$$

(2) $|2x + 1| \geq 3$

$$2x + 1 \leq -3, 3 \leq 2x + 1$$

$$x \leq -2, 1 \leq x$$

2.2 次の不等式を解きなさい。

(1) $|x + 7| > 4$

$$x + 7 < -4, 4 < x + 7$$

$$x < -11, -3 < x$$

(2) $|3x - 2| \leq 9$

$$-9 \leq 3x - 2 \leq 9$$

$$-\frac{7}{3} \leq x \leq \frac{11}{3}$$

3.1 次の方程式、不等式を解きなさい。

(1) $|x+3| - |x-6| = 3$

[1] $x < -3$ のとき

$$-x-3+x-6=3$$

$-9=3$ よってこのとき方程式は解を持たない。

[2] $-3 \leq x < 6$ のとき

$$x+3+x-6=3$$

$x=3$ これは $-3 \leq x < 6$ を満たす。

[3] $6 \leq x$ のとき

$$x+3-x+6=3$$

$9=3$ よって、このとき方程式は解を持たない。

以上より、 $x=3$

(2) $|x+1| + |x-3| < 6$

[1] $x < -1$ のとき

$$-x-1-x+3 < 6$$

$$x > -2 \quad \therefore -2 < x < -1$$

[2] $-1 \leq x < 3$ のとき

$$x+1-x+3 < 6$$

$4 < 6$ よって $-1 \leq x < 3$ の範囲で不等式を常に満たす。

[3] $3 < x$ のとき

$$x+1+x-3 < 6$$

$$x < 4 \quad \therefore 3 < x < 4$$

以上より、 $-2 < x < 4$

3.2 次の方程式、不等式を解きなさい。

(1) $|x-2| + |x-5| = 3$

[1] $x < 2$ のとき

$$-x+2-x+5=3$$

$x=-2$ これは $x < 2$ を満たす。

[2] $2 \leq x < 5$ のとき

$$x - 2 - x + 5 = 3$$

$3 = 3$ よって、 $2 \leq x < 5$ の範囲で方程式を満たす。

[3] $5 \leq x$ のとき

$$x - 2 + x - 5 = 3$$

$x = 5$ これは $5 \leq x$ を満たす。

以上より、 $x = -2, 2 \leq x \leq 5$

(2) $|x + 2| - |x + 4| \geq 1$

[1] $x < -4$ のとき

$$-x - 2 + x + 4 \geq 1$$

$2 \geq 1$ よって、 $x < -4$

[2] $-4 \leq x < -2$

$$-x - 2 - x - 4 \geq 1$$

$$x \leq -\frac{7}{2} \quad \therefore -4 \leq x \leq -\frac{7}{2}$$

[3] $-2 \leq x$ のとき

$$x + 2 - x - 4 \geq 1$$

$-2 \geq 1$ よって、このとき不等式を満たす x は存在しない。

以上より、 $x \leq -\frac{7}{2}$

4.1 次の方程式、不等式を解きなさい。

(1) $|x - 1| - 3 = x$

[1] $x < 1$ のとき

$$-x + 1 - 3 = x$$

$x = -1$ これは $x < 1$ を満たす。

[2] $1 \leq x$ のとき

$$x - 1 - 3 = x$$

$-4 = 0$ よってこのとき方程式を満たす x は存在しない。

以上より、 $x = -1$

$$(2) |x-2| - 1 < x$$

[1] $x < 2$ のとき

$$-x + 2 - 1 < x$$

$$x > \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{1}{2} < x < 2$$

[2] $2 \leq x$ のとき

$$x - 2 - 1 < x$$

$-3 < 0$ よって、 $2 \leq x$ の範囲で不等式を満たす。

以上より、 $\frac{1}{2} < x$

4.2 次の方程式、不等式を解きなさい。

$$(1) |x+4| + x = 0$$

[1] $x < -4$ のとき

$$-x - 4 + x = 0$$

$-4 = 0$ よってこのとき方程式を満たす x は存在しない。

[2] $-4 \leq x$ のとき

$$x + 4 + x = 0$$

$x = -2$ これは $-4 \leq x$ を満たす。

以上より、 $x = -2$

$$(2) 3 - 2|x+1| \geq x$$

[1] $x < -2$ のとき

$$3 + 2x + 2 \geq x$$

$$x \geq -5 \quad \therefore -5 \leq x < -2$$

[2] $-2 \leq x$ のとき

$$3 - 2x - 2 \geq x$$

$$x \leq \frac{1}{3} \quad \therefore -2 \leq x \leq \frac{1}{3}$$

以上より、 $-5 \leq x \leq \frac{1}{3}$

