

対数方程式（総合）2

1. 次の方程式を解け。

(1) $\log_3 x = 3$

(2) $\log_5 x = 1$

(3) $\log_8 x = \frac{1}{3}$

(4) $\log_4 x = 0$

(5) $\log_3 x = -2$

(6) $\log_{\frac{1}{3}} x = -3$

(7) $2 \log_{0.5} x = 1$

(8) $\log_{\sqrt{3}} x = 3$

2. 次の方程式を解け。

(1) $\log_2(x+3) = 4$

(2) $\frac{1}{3} \log_3(2x-1) = 1$

(3) $\log_5(8x+3) = 0$

(4) $\log_3(x-7) = -1$

(5) $\log_4(2-x) = 2$

(6) $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) = -2$

(7) $\log_{\sqrt{2}}(x-5) = 6$

(8) $\log_3 \sqrt{3x} = 2$

3. 次の方程式を解け。

(1) $\log_8 x^3 = 1$

(2) $\log_2(x+3)(x-3) = 2$

(2) $\log_2 x + \log_2(x+2) = 3$

(4) $\log_{\sqrt{10}}(x^2 - 7x - 8) = 2$

(5) $\log_3(x^2 - 6x + 6) = \log_3(10 - 3x)$

(6) $\log_5(x-3) = \log_5(x-2) - \log_5(x+3)$

(7) $\log_3(x+5) = \log_9(1-x)$

4. 次の方程式を解け。

(1) $(\log_3 x)^2 - \log_3 x = 2$

(2) $3^x = 4^{1-x}$

(3) $(\log_2 x)^2 - \log_2 x^3 = 10$

(4) $\frac{1}{2^x} = 3^{x-2}$

対数方程式（総合）2 解答

1. 次の方程式を解け。

(1) 真数条件より $x > 0$, $\therefore x = 3^3 = 27$

(3) 真数条件より $x > 0$, $\therefore x = 8^{\frac{1}{3}} = 2$

(5) 真数条件より $x > 0$, $\therefore x = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

(7) 真数条件より $x > 0$

$$2 \log_{0.5} x = 1$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(= \frac{\sqrt{2}}{2} \text{でもOK} \right)$$

(2) 真数条件より $x > 0$, $\therefore x = 5$

(4) 真数条件より $x > 0$, $\therefore x = 1$

(6) 真数条件より $x > 0$, $\therefore x = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$

(8) 真数条件より $x > 0$

$$\therefore x = (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$$

2. 次の方程式を解け。

(1) 真数条件より $x > -3$

$$x + 3 = 2^4$$

$$\therefore x = 13$$

(2) 真数条件より $x > \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{3} \log_3(2x - 1) = 1$$

$$\log_3(2x - 1) = 3$$

$$2x - 1 = 3^3$$

$$\therefore x = 14$$

(3) 真数条件より $x > -\frac{8}{3}$

$$8x + 3 = 1$$

$$\therefore x = -\frac{1}{4}$$

(4) 真数条件より $x > 7$

$$x - 7 = 3^{-1}$$

$$\therefore x = \frac{22}{3}$$

(5) 真数条件より $x < 2$

$$\log_4(2 - x) = 2$$

$$2 - x = 4^2$$

$$\therefore x = -14$$

(6) 真数条件より $x > 3$

$$x - 3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

$$\therefore x = 7$$

(7) 真数条件より $x > 5$

$$x - 5 = (\sqrt{2})^6$$

$$\therefore x = 13$$

(8) 真数条件より $x > 0$

$$\log_3 \sqrt{3x} = 2$$

$$\sqrt{3x} = 9$$

$$\therefore x = 27$$

3. 次の方程式を解け。

(1) 真数条件より $x > 0 \dots \textcircled{1}$

$$x^3 = 8$$

$$x = 2 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より $x = 2$

(2) 真数条件より $x > 0 \dots \textcircled{1}$

$x > 0$ のとき

$$\log_2 x + \log_2(x+2) = 8$$

$$\log_2 x(x+2) = 8$$

$$x(x+2) = 8$$

$$x = -4, 2 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より $x = 2$

(5) 真数条件より, $x < 3 - \sqrt{3} \dots \textcircled{1}$

$$x^2 - 6x + 6 = 10 - 3x$$

$$x = -1, 4 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より $x = -1$

(7) 真数条件より $-5 < x < 1 \dots \textcircled{1}$

$$\log_3(x+5) = \log_9(1-x)$$

$$\log_3(x+5) = \frac{\log_3(1-x)}{\log_3 9} = \log_3(1-x)^{\frac{1}{2}}$$

$$(x+5) = (1-x)^{\frac{1}{2}}$$

$$x^2 + 10x + 25 = 1 - x$$

$$x = -8, -3 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より $x = -3$

(2) 真数条件より $x < -3, 3 < x \dots \textcircled{1}$

$$\log_2(x+3)(x-3) = 2$$

$$(x+3)(x-3) = 2^2$$

$$x = \pm\sqrt{13} \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より $x = \pm\sqrt{13}$

(4) 真数条件より $x < -1, 8 < x \dots \textcircled{1}$

$$\log_{\sqrt{10}}(x^2 - 7x - 8) = 2$$

$$x^2 - 7x - 8 = (\sqrt{10})^2$$

$$x = -2, 9 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より $x = -2, 9$

(6) 真数条件より $x > 3 \dots \textcircled{1}$

$$\log_5(x-3) = \log_5(x-2) - \log_5(x+3)$$

$$\log_5(x-3) + \log_5(x+3) = \log_5(x-2)$$

$$\log_5(x-3)(x+3) = \log_5(x-2)$$

$$(x-3)(x+3) = (x-2)$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{29}}{2} \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より $x = \frac{1 + \sqrt{29}}{2}$

4. 次の方程式を解け。

(1) $(\log_3 x)^2 - \log_3 x = 2$

真数条件より $x > 0$... ①

$t = \log_3 x$ とおくと、与式は

$$t^2 - t = 2$$

$$t = -1, 2$$

$$\log_3 x = -1, 2$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}, 9$$

(3) $(\log_2 x)^2 - \log_2 x^3 = 10$

真数条件より $x > 0$... ①

$t = \log_2 x$ とおくと、与式は

$$t^2 - 3t = 10$$

$$t = -2, 5$$

$$\log_2 x = -2, 5$$

$$\therefore x = \frac{1}{4}, 32$$

(2) $3^x = 4^{1-x}$

$$\log_3 3^x = \log_3 4^{1-x}$$

$$x = (1-x)\log_3 4$$

$$(1 - \log_3 4)x = \log_3 4$$

$$x = \frac{\log_3 4}{1 - \log_3 4}$$

*別解

$\log_4 3^x = \log_4 4^{1-x}$ や $\log_2 3^x = \log_2 4^{1-x}$
として進めてもOK

(4) $\frac{1}{2^x} = 3^{x-2}$

$$2^{-x} = 3^{x-2}$$

$$\log_2 2^{-x} = \log_2 3^{x-2}$$

$$-x = (x-2)\log_2 3$$

$$(\log_2 3 + 1)x = 2\log_2 3$$

$$x = \frac{2\log_2 3}{\log_2 3 + 1}$$

*別解

$\log_3 2^{-x} = \log_3 3^{x-2}$ として進めてもOK