

1. 次の対数の値を求めよ。

(1)  $\log_5 125$

(2)  $\log_{10} \frac{1}{10000}$

(3)  $\log_3 \sqrt[3]{3}$

(4)  $\log_{10} 1$

(5)  $\log_{\sqrt{3}} 9$

(6)  $\log_5 \sqrt[3]{25}$

(7)  $\log_{27} 9$

(8)  $\log_1 8$   
 $\frac{1}{2}$

(9)  $\log_{16} \sqrt{\frac{1}{2}}$

2. 次の式を簡単にせよ。

(1)  $\log_3 8 + \log_3 64$

(2)  $\log_5 81 - \log_5 243$

(3)  $\log_3 45 - \log_3 75$

(3)  $3 \log_5 180 - 2 \log_5 1080$

(5)  $\log_6 \frac{5}{24} - \log_6 \frac{15}{2}$

(6)  $\log_4 \sqrt{24} - \log_4 \sqrt{18}$

3. 次の式を簡単にせよ。

(1)  $\log_3 25 + \log_9 5$

(2)  $\log_4 7 + \log_8 49$

(3)  $\log_9 8 - \log_{\sqrt{27}} 4$

4. 次の式を簡単にせよ。

(1)  $\log_3 4 \cdot \log_4 5$

(2)  $\log_5 27 \div \log_5 243$

(3)  $(\log_5 4 + \log_{25} 32)(\log_2 5 - \log_{\sqrt{2}} 25)$

5. 次の式の値を求めよ。

(1)  $6^{-\log_6 7}$

(2)  $3^{2-\log_3 2}$

6.  $a = \log_5 2$ ,  $b = \log_5 3$  とするとき、次の式を  $a, b$  で表せ。

(1)  $\log_5 108$

(2)  $\log_5 30$

(3)  $\log_{25} 18$

(4)  $\log_5 \sqrt[3]{12}$

7.  $a = \log_2 12$ ,  $b = \log_3 15$  とするとき、次の式を  $a, b$  で表せ。

(1)  $\log_2 3 + \log_3 5$

(2)  $\log_2 3 + \log_3 5 + 3$

1. 次の対数の値を求めよ。

$$(1) \log_5 125 = \log_5 5^3 = 3$$

$$(3) \log_3 \sqrt[3]{3} = \log_3 3^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$$

$$(5) \log_{\sqrt{3}} 9 = \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^4 = 4$$

$$(7) \log_{27} 9 = \frac{\log_3 9}{\log_3 27} = \frac{\log_3 3^2}{\log_3 3^3} = \frac{2}{3}$$

$$(9) \log_{16} \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$= \log_{16} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_{16} \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\log_2 2^{-1}}{\log_2 2^4} = -\frac{1}{8}$$

$$(2) \log_{10} \frac{1}{10000} = \log_{10} 10^{-4} = -4$$

$$(4) \log_{10} 1 = 0$$

$$(6) \log_5 \sqrt[3]{25} = \log_5 (5^2)^{\frac{1}{3}} = \log_5 5^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$$

$$(8) \log_{\frac{1}{2}} 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 \frac{1}{2}} = \frac{\log_2 2^3}{\log_2 2^{-1}} = -3$$

2. 次の式を簡単にせよ。

$$(1) \log_3 8 + \log_3 64$$

$$= \log_3 (2^3 \cdot 2^6) = \log_3 2^9 = 9 \log_3 2$$

$$(3) \log_3 45 - \log_3 75$$

$$= \log_3 \frac{45}{75} = \log_3 \frac{3}{5}$$

$$= \log_3 3 - \log_3 5$$

$$= 1 - \log_3 5$$

$$(5) \log_6 \frac{5}{24} - \log_6 \frac{15}{2}$$

$$= \log_6 \left(\frac{5}{24} \cdot \frac{2}{15}\right)$$

$$= \log_6 \frac{1}{36} = \log_6 6^{-2} = -2$$

$$(2) \log_5 81 - \log_5 243$$

$$= \log_5 \frac{81}{243} = \log_5 \frac{1}{3} = \log_5 3^{-1} = -\log_5 3$$

$$(3) 3 \log_5 180 - 2 \log_5 1080$$

$$= \log_5 180^3 - \log_5 1080^2$$

$$= \log_5 \frac{(2^2 \cdot 3^2 \cdot 5)^3}{(2^3 \cdot 3^3 \cdot 5)^2}$$

$$= \log_5 5 = 1$$

$$(6) \log_4 \sqrt{24} - \log_4 \sqrt{18}$$

$$= \log_4 \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{18}} = \log_4 \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}}$$

$$= \log_4 4^{\frac{1}{2}} - \log_4 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_4 3$$

3. 次の式を簡単にせよ。

$$(1) \log_3 25 + \log_9 5$$

$$= \log_3 5^2 + \frac{\log_3 5}{\log_3 3^2}$$

$$= 2 \log_3 5 + \frac{1}{2} \log_3 5 = \frac{5}{2} \log_3 5$$

$$(3) \log_9 8 - \log_{\sqrt{27}} 4$$

$$= \frac{\log_3 2^3}{\log_3 3^2} + \frac{\log_3 2^2}{\log_3 3^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{3}{2} \log_3 2 + \frac{4}{3} \log_3 2 = \frac{17}{6} \log_3 2$$

$$(2) \log_4 7 + \log_8 49$$

$$= \frac{\log_2 7}{\log_2 2^2} + \frac{\log_2 7^2}{\log_2 2^3}$$

$$= \frac{1}{2} \log_2 7 + \frac{2}{3} \log_2 7 = \frac{7}{6} \log_2 7$$

4. 次の式を簡単にせよ。

$$(1) \log_2 3 \cdot \log_3 2$$

$$= \log_2 3 \cdot \frac{\log_2 2}{\log_2 3} = \log_2 2 = 1$$

$$(3) (\log_5 4 + \log_{25} 32)(\log_2 5 - \log_{\sqrt{2}} 25)$$

$$= \left( \log_5 2^2 + \frac{\log_5 2^5}{\log_5 5^2} \right) \left( \log_2 5 - \frac{\log_2 5^2}{\log_2 2^2} \right)$$

$$= \left( 2 \log_5 2 + \frac{5}{2} \log_5 2 \right) (\log_2 5 - 4 \log_2 5)$$

$$= \frac{9}{2} \log_5 2 \cdot (-3 \log_2 5)$$

$$= -\frac{27}{2} \log_5 2 \cdot \frac{\log_5 5}{\log_5 2} = -\frac{27}{2}$$

$$(2) \log_3 8 \div \log_3 16$$

$$= \log_3 2^3 \div \log_3 2^4$$

$$= 3 \log_3 2 \div 4 \log_3 2$$

$$= \frac{3}{4}$$

5. 次の式の値を求めよ。

$$(1) 6^{-\log_6 7} = A$$

$$\log_6 6^{-\log_6 7} = \log_6 A$$

$$-\log_6 7 = \log_6 A$$

$$\log_6 7^{-1} = \log_6 A$$

$$A = 7^{-1} = \frac{1}{7}$$

$$\therefore 6^{-\log_6 7} = \frac{1}{7}$$

$$(2) 3^{2+\log_3 2} = 3^2 \cdot 3^{\log_3 2} = 9 \cdot 3^{\log_3 2}$$

$$\frac{\log_3 2}{3} = A$$

$$\log_3 3^{\log_3 2} = \log_3 A$$

$$\log_3 2 = \log_3 A$$

$$A = 2$$

$$\therefore 3^{2+\log_3 2} = 9 \cdot 2 = 18$$

6.  $a = \log_5 2$ ,  $b = \log_5 3$  とするとき、次の式を  $a, b$  で表せ。

$$(1) \log_5 108$$

$$= \log_5 (2^2 \cdot 3^3)$$

$$= \log_5 2^2 + \log_5 3^3$$

$$= 2 \log_5 2 + 3 \log_5 3$$

$$= 2a + 3b$$

$$(2) \log_5 30$$

$$= \log_5 (2 \cdot 3 \cdot 5)$$

$$= \log_5 2 + \log_5 3 + \log_5 5$$

$$= a + b + 1$$

$$(3) \log_{25} 18$$

$$= \frac{\log_5 (2 \cdot 3^2)}{\log_5 5^2}$$

$$= \frac{1}{2} (\log_5 2 + \log_5 3^2)$$

$$= \frac{1}{2} (\log_5 2 + 2 \log_5 3) = \frac{1}{2} (a + 2b)$$

$$(4) \log_5 \sqrt[3]{12}$$

$$= \frac{1}{3} \log_5 (12)$$

$$= \log_5 (2^2 \cdot 3)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{3} (\log_5 2^2 + \log_5 3)$$

$$= \frac{1}{3} (2 \log_5 2 + \log_5 3) = \frac{1}{3} (2a + b)$$

7.  $a = \log_2 12$ ,  $b = \log_3 15$  とするとき、次の式を  $a, b$  で表せ。

(1)  $\log_2 3 - \log_3 5$

$$= \log_2 \frac{12}{4} - \log_3 \frac{15}{3}$$

$$= \log_2 12 - \log_2 4 - (\log_3 15 - \log_3 3) = a - b - 1$$

(2)  $\log_2 3 + \log_3 5 + 3$

$$= (\log_2 3 + 2) + (\log_3 5 + 1)$$

$$= (\log_2 3 + \log_2 4) + (\log_3 5 + \log_3 3)$$

$$= \log_2 12 + \log_3 15 = a + b$$