1. 次の対数の値を求めよ。

(1) $\log_2 4$

(2) $\log_3 \frac{1}{27}$

(3) $\log_2 \sqrt{2}$

(4) $\log_4 1$

(5) $\log_{\sqrt{2}} 2$

(6) $\log_2 \sqrt[3]{8}$

(7) $\log_8 2$

(8) $\log_{0.5} 4$

(9) $\log_9 \sqrt{\frac{1}{3}}$

2. 次の式を簡単にせよ。

(1) $\log_2 3 + \log_2 9$

(2) $\log_3 4 - \log_3 64$

(3) $\log_2 6 + \log_2 12$

(3) $2\log_2 450 - 4\log_2 60$

(5) $\log_3 \frac{3}{5} + \log_3 \frac{5}{3}$

(6) $\log_2 \sqrt{12} - \frac{1}{6}\log_2 27$

3. 次の式を簡単にせよ。

(1) $\log_2 3 - \log_4 9$

(2) $\log_9 6 + \log_{27} 6$

(3) $\log_4 5 - \log_{\sqrt{2}} 5$

4. 次の式を簡単にせよ。

(1) $\log_2 3 \cdot \log_3 2$

(2) $\log_3 8 \div \log_3 16$

(3) $(\log_2 3 + \log_4 9)(\log_3 8 + \log_9 16)$

5. 次の式の値を求めよ。

(1) $3^{\log_3 2}$

(2) $2^{1+\log_2 5}$

6. $a = \log_2 3,\ b = \log_2 5$ とするとき、次の式を $a,\ b$ で表せ。

(1) $\log_2 45$

(2) $\log_2 20$

(3) $\log_4 75$

(4) $\log_2 \sqrt{15}$

7. $a = \log_2 10,\ b = \log_3 6$ とするとき、次の式を $a,\ b$ で表せ。

(1) $\log_2 5 + \log_3 2$

(2) $\log_3 10 \cdot \log_2 6$

1. 次の対数の値を求めよ。

(1) $\log_2 4 = \log_2 2^2 = 2\log_2 2 = 2$

(2) $\log_3 \frac{1}{27} = \log_3 3^{-3} = -3\log_3 3 = -3$

(3) $\log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_2 2 = \frac{1}{2}$

(4) $\log_4 1 = 0$

(5) $\log_{\sqrt{2}} 2$

$= \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^2 = 2\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2} = 2$

(6) $\log_2 \sqrt[3]{8}$

$= \log_2 8^{\frac{1}{3}} = \log_2 (2^3)^{\frac{1}{3}} = \log_2 2 = 1$

(7) $\log_8 2 = \dfrac{\log_2 2}{\log_2 8} = \dfrac{\log_2 2}{\log_2 2^3} = \dfrac{\log_2 2}{3\log_2 2} = \dfrac{1}{3}$

(8) $\log_{0.5} 4$

$= \dfrac{\log_2 4}{\log_2 0.5}$

$= \dfrac{\log_2 4}{\log_2 \frac{1}{2}} = \dfrac{\log_2 2^2}{\log_2 2^{-1}} = \dfrac{2\log_2 2}{-\log_2 2} = -2$

(9) $\log_9 \sqrt{\frac{1}{3}}$

$= \log_9 \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \log_9 3^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}\log_9 3$

$= -\frac{1}{2}\dfrac{\log_3 3}{\log_3 9} = -\frac{1}{2}\dfrac{\log_3 3}{\log_3 3^2} = -\frac{1}{4}$

2. 次の式を簡単にせよ。

(1) $\log_2 3 + \log_2 9$

$= \log_2 (3\cdot 9)$

$= \log_2 27 = \log_2 3^3 = 3\log_2 3$

(2) $\log_3 4 - \log_3 64$

$= \log_3 \frac{4}{64}$

$= \log_3 \frac{1}{16} = \log_3 2^{-4} = -4\log_3 2$

(3) $\log_2 6 + \log_2 12$

$= \log_2 (6\cdot 12)$

$= \log_2 72$

$= \log_2 (2^3\cdot 3^2)$

$= \log_2 2^3 + \log_2 3^2 = 3 + 2\log_2 3$

(3) $2\log_2 450 - 4\log_2 60$

$= \log_2 450^2 - \log_2 60^4$

$= \log_2 \dfrac{(2\cdot 3^2\cdot 5^2)^2}{(2^2\cdot 3\cdot 5)^4}$

$= \log_2 \frac{1}{2^6} = \log_2 2^{-6} = -6$

(5) $\log_3 \frac{3}{5} + \log_3 \frac{5}{3}$

$= \log_3 \left(\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{3}\right)$

$= \log_3 1 = 0$

(6) $\log_2 \sqrt{12} - \frac{1}{6}\log_2 27$

$= \log_2 (12)^{\frac{1}{2}} - \log_2 (3^3)^{\frac{1}{6}}$

$= \log_2 (12)^{\frac{1}{2}} - \log_2 3^{\frac{1}{2}}$

$= \log_2 \left(\frac{12}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \log_2 4^{\frac{1}{2}} = \log_2 2 = 1$

3. 次の式を簡単にせよ。

(1) $\log_2 3 - \log_4 9$

$= \log_2 3 - \dfrac{\log_2 3^2}{\log_2 2^2}$

$= \log_2 3 - \dfrac{2\log_2 3}{2} = 0$

(2) $\log_9 6 + \log_{27} 6$

$= \dfrac{\log_3 6}{\log_3 3^2} - \dfrac{\log_3 6}{\log_3 3^3}$

$= \dfrac{1}{2}\log_3 6 - \dfrac{1}{3}\log_3 6 = \dfrac{1}{6}\log_3 6$

(3) $\log_4 5 - \log_{\sqrt{2}} 5$

$= \dfrac{\log_2 5}{\log_2 2^2} - \dfrac{\log_2 5}{\log_2 2^{\frac{1}{2}}}$

$= \dfrac{1}{2}\log_2 5 - 2\log_2 5 = -\dfrac{3}{2}\log_2 5$

4. 次の式を簡単にせよ。

(1) $\log_2 3 \cdot \log_3 2$

$= \log_2 3 \cdot \dfrac{\log_2 2}{\log_2 3} = \log_2 2 = 1$

(2) $\log_3 8 \div \log_3 16$

$= \log_3 2^3 \div \log_3 2^4$

$= 3\log_3 2 \div 4\log_3 2$

$= \dfrac{3}{4}$

(3) $(\log_2 3 + \log_4 9)(\log_3 8 + \log_9 16)$

$= \left(\log_2 3 + \dfrac{\log_2 3^2}{\log_2 2^2}\right)\left(\log_3 2^3 + \dfrac{\log_3 2^4}{\log_3 3^2}\right)$

$= (\log_2 3 + \log_2 3)(3\log_3 2 + 2\log_3 2)$

$= 2\log_2 3 \cdot 5\log_3 2$

$= 10$

5. 次の式の値を求めよ。

(1) $3^{\log_3 2} = A$

$\log_3 3^{\log_3 2} = \log_3 A$

$\log_3 2 = \log_3 A$

$A = 2$

$\therefore\ 3^{\log_3 2} = 2$

(2) $2^{1+\log_2 5} = 2 \cdot 2^{\log_2 5}$

$2^{\log_2 5} = A$

$\log_2 2^{\log_2 5} = \log_2 A$

$\log_2 5 = \log_2 A$

$A = 5$

$\therefore\ 2^{1+\log_2 5} = 2 \cdot 5 = 10$

6. $a = \log_2 3,\ b = \log_2 5$ とするとき、次の式を $a,\ b$ で表せ。

(1) $\log_2 45$

$= \log_2 (3^2 \cdot 5)$

$= \log_2 3^2 + \log_2 5$

$= 2\log_2 3 + \log_2 5 = 2a + b$

(2) $\log_2 20$

$= \log_2 (2^2 \cdot 5)$

$= \log_2 2^2 + \log_2 5$

$= 2 + \log_2 5 = 2 + b$

(3) $\log_4 75$

$= \dfrac{\log_2 (3 \cdot 5^2)}{\log_2 2^2}$

$= \dfrac{1}{2}(\log_2 3 + \log_2 5^2)$

$= \dfrac{1}{2}(\log_2 3 + 2\log_2 5) = \dfrac{1}{2}(a + 2b)$

(4) $\log_2 \sqrt{15}$

$= \log_2 15^{\frac{1}{2}}$

$= \dfrac{1}{2}\log_2 (3 \cdot 5)$

$= \dfrac{1}{2}(\log_2 3 + \log_2 5)$

$= \dfrac{1}{2}(a + b)$

7. $a=\log_2 10,\ b=\log_3 6$ とするとき、次の式を $a,\ b$ で表せ。

(1) $\log_2 5+\log_3 2$

$=\log_2\dfrac{10}{2}+\log_3\dfrac{6}{3}$

$=\log_2 10-\log_2 2+\log_3 6-\log_3 3=a+b-2$

＊別解

$a=\log_2 10=\log_2 2\cdot 5=1+\log_2 5$, よって $\log_2 5=a-1$

$b=\log_3 6=\log_3 3\cdot 2=1+\log_3 2$, よって $\log_3 6=b-1$

$\log_2 5+\log_3 2=a+b-2$

(2) $\log_3 10\cdot\log_2 6$

$=\dfrac{\log_2 10}{\log_2 3}\cdot\dfrac{\log_3 6}{\log_3 2}$

$=\log_2 10\cdot\log_3 6=ab$