展開の工夫

1. 次の式を展開せよ。

(1) $(x^2-2x+5)(x^2-2x-2)$

(2) $(x^2+3x-2)(x^2-2x-2)$

(3) $(x+y-z)(x-y+z)$

(4) $(a+b+c)^2$

2. 次の式を展開せよ。

(1) $(x+3)(x^2+9)(x-3)$

(2) $(a+2b)^2(a-2b)^2$

(3) $(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)$

3. 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)(x-3)(x^2-2x+4)(x^2+3x+9)$

(2) $(x-2)^3(x+2)^3$

(3) $(x-1)(x^2+1)(x+1)(x^4+1)$

(4) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

4. 次の式を展開せよ。

(1) $(x^2+2x-3)(x^2+2x+3)$

(2) $(x^2+2x-1)(x^2-2x-1)$

(3) $(x+y+z)(x-y-z)$

5. 次の式を展開せよ。

(1) $(x-1)(x^2+1)(x+1)$

(2) $(x+3)^2(x-3)^2$

(3) $(x+2)(x+3)(x-6)(x-5)$

展開の工夫　解答

1. 次の式を展開せよ。

(1)　$(x^2-2x+5)(x^2-2x-2)$
$=\{(x^2-2x)\}+5\{(x^2-2x)-2\}$
$=(x^2-2x)^2+3(x^2-2x)-10$
$=x^4-4x^3+4x^2+3x^2-6x-10$
$=x^4-4x^3+7x^2-6x-10$

(2)　$(x^2+3x-2)(x^2-2x-2)$
$=(x^2-2+3x)(x^2-2-2x)$
$=(x^2-2)^2+x(x^2-2)-6x$
$=x^4-4x^2+4+x^3-2x-6x$
$=x^4+x^3-4x^2-8x+4$

(3)　$(x+y-z)(x-y+z)$
$=\{x+(y-z)\}\{x-(y-z)\}$
$=x^2-(y-z)^2$
$=x^2-y^2-z^2+2yz$

(4)　$(a+b+c)^2$
$=\{a+(b+c)\}^2$
$=a^2+2(b+c)a+(b+c)^2$
$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

2. 次の式を展開せよ。

(1)　$(x+3)(x^2+9)(x-3)$
$=(x+3)(x-3)(x^2+9)$
$=(x^2-9)(x^2+9)$
$=x^4-81$

(2)　$(a+2b)^2(a-2b)^2$
$=(a+2b)(a-2b)(a+2b)(a-2b)$
$=(a^2-4b^2)^2$
$=a^4-8a^2b^2+16b^4$

(3)　$(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)$
$=(x+1)(x-3)(x+2)(x-4)$
$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-8)$
$=(x^2-2x)^2-11(x^2-2x)+24$
$=x^4-4x^3+4x^2-11x^2+22x+24$
$=x^4-4x^3-7x^2+22x+24$

3. 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)(x-3)(x^2-2x+4)(x^2+3x+9)$
$=(x+2)(x^2-2x+4)(x-3)(x^2+3x+9)$
$=(x^3+8)(x^3-27)$
$=x^6-19x^3-216$

(2) $(x-2)^3(x+2)^3$
$=\{(x-2)(x+2)\}^3$
$=(x^2-4)^3$
$=(x^2)^3+3\cdot(x^2)^2\cdot(-4)$
$\quad+3\cdot x^2\cdot(-4)^2+(-4)^3$
$=x^6-12x^4+48x^2-64$

(3) $(x-1)(x^2+1)(x+1)(x^4+1)$
$=(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$
$=(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)$
$=(x^4-1)(x^4+1)$
$=x^8-1$

(4) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
$=\{a+(b+c)\}\left\{a^2-(b+c)a+b^2-bc+c^2\right\}$
$=a^3+a\left\{-(b+c)a+b^2-bc+c^2\right\}+(b+c)\left\{a^2-(b+c)a+b^2-bc+c^2\right\}$
$=a^3+\{(b+c)-(b+c)\}a^2+\left\{b^2-bc+c^2-(b+c)^2\right\}a+(b+c)(b^2-bc+c^2)$
$=a^3+(b^2-bc+c^2-b^2-2bc-c^2)a+b^3+c^3$
$=a^3+b^3+c^3-3abc$

4. 次の式を展開せよ。

(1) $(x^2+2x-3)(x^2+2x+3)$
$=(x^2+2x)^2-9$
$=x^4+4x^3+4x^2-9$

(2) $(x^2+2x-1)(x^2-2x-1)$
$=(x^2-1+2x)(x^2-1-2x)$
$=(x^2-1)^2-4x^2$
$=x^4-2x^2+1-4x^2$
$=x^4-6x^2+1$

(3) $(x+y+z)(x-y-z)$
$=\{x+(y+z)\}\{x-(y+z)\}$
$=x^2-(y-z)^2$
$=x^2-y^2-z^2+2yz$

5. 次の式を展開せよ。

(1) $(x-1)(x^2+1)(x+1)$
$= (x-1)(x+1)(x^2+1)$
$= (x^2-1)(x^2+1)$
$= x^4-1$

(2) $(x+3)^2(x-3)^2$
$= \{(x+3)(x-3)\}^2$
$= (x^2-9)^2$
$= x^4-18x^2+81$

(3) $(x+2)(x+3)(x-6)(x-5)$
$= (x+2)(x-5)(x+3)(x-6)$
$= (x^2-3x-10)(x^2-3x-18)$
$= (x^2-3x)^2-28(x^2-3x)+180$
$= x^4-6x^3+9x^2-28x^2+84x+180$
$= x^4-6x^3-19x^2+84x+180$