

二項定理

1. 次の式を展開せよ。

(1) $(a + b)^5$

(2) $(x + 3)^6$

(3) $(x - 2)^5$

(4) $(2x - 3)^5$

2. 次の式を展開したときの、[]内の項の係数を答えよ。

(1) $(a - 2b)^6$ [a^4b^2] [ab^5]

(2) $\left(x - \frac{3}{x}\right)^7$ [x]

(3) $\left(x^2 - \frac{4}{x}\right)^6$ [x^3] [定数項]

3. 次の問に答えよ。

(1) 101^{100} の下位 5 桁を求めよ。

(2) 99^{100} の下位 6 桁を求めよ。

(3) 31^{31} を 900 で割ったときの余りを求めよ。

(4) 19^{21} を 400 で割ったときの余りを求めよ。

二項定理 解答

1. 次の式を展開せよ。

$$\begin{aligned}(1) (a+b)^5 &= {}_5C_5 \cdot a^5 + {}_5C_4 \cdot a^4b + {}_5C_3 \cdot a^3b^2 + {}_5C_2 \cdot a^2b^3 + {}_5C_1 \cdot ab^4 + {}_5C_0 \cdot b^5 \\ &= a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) (x+3)^6 &= {}_6C_6 \cdot x^6 + {}_6C_5 \cdot x^5 \cdot 3 + {}_6C_4 \cdot x^4 \cdot 3^2 + {}_6C_3 \cdot x^3 \cdot 3^3 + {}_6C_2 \cdot x^2 \cdot 3^4 + {}_6C_1 \cdot x \cdot 3^5 + {}_6C_0 \cdot 3^6 \\ &= x^6 + 18x^5 + 135x^4 + 540x^3 + 1215x^2 + 1458x + 729\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) (x-2)^5 &= {}_5C_5 \cdot x^5 + {}_5C_4 \cdot x^4 \cdot (-2) + {}_5C_3 \cdot x^3 \cdot (-2)^2 + {}_5C_2 \cdot x^2 \cdot (-2)^3 + {}_5C_1 \cdot x \cdot (-2)^4 + {}_5C_0 \cdot (-2)^5 \\ &= x^5 - 10x^4 + 40x^3 - 80x^2 + 80x - 32\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) (2x-3)^5 &= {}_5C_5 \cdot (2x)^5 + {}_5C_4 \cdot (2x)^4 \cdot (-3) + {}_5C_3 \cdot (2x)^3 \cdot (-3)^2 + {}_5C_2 \cdot (2x)^2 \cdot (-3)^3 + {}_5C_1 \cdot 2x \cdot (-3)^4 \\ &\quad + {}_5C_0 \cdot (-3)^5 \\ &= 32x^5 - 240x^4 + 720x^3 - 1080x^2 + 810x - 243\end{aligned}$$

2. 次の式を展開したときの、[]内の項の係数を答えよ。

$$(1) [a^4b^2] \quad 60 \quad [ab^5] \quad -192 \qquad (2) [x] \quad -945$$

$$(3) [x^3] \quad -1280 \quad [\text{定数項}] \quad 3840$$

3. 次の問に答えよ。

$$(1) 10001$$

$$(2) 490001$$

$$(3) 31$$

$$(4) 19$$