因数分解　No.1

次の式を因数分解しなさい。

(1)　$6a^2x^3y - 15ax^2y^2 + 9axy^2$

(2)　$(x-y)^2 - x + y$

(3)　$x^3 - 27$

(4)　$3x^2 + 5x + 2$

(5)　$4p^2 - 12pq + 9q^2$

(6)　$x^2 - 2y^2 - xy - 2x - 5y - 3$

(7)　$2(x-1)^2 - 7(x-1) + 6$

(8)　$6x^3y - 24xy^3$

(9)　$3a^2 - 6ab - 11a + 4b + 6$

(10)　$a^3 + 6a^2 + 12a + 8$

(11)　$x^4 + 4x^2 + 16$

(12)　$10x^2 + 11xy - 6y^2$

(13)　$a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + c^2a + ca^2 + 2abc$

因数分解　No.1（解答）

(1)　$6a^2x^3y-15ax^2y^2+9axy^2$
$=3axy(2ax^2-5xy+3y)$

(2)　$(x-y)^2-x+y$
$=(x-y)^2-(x-y)$
$=(x-y)(x-y-1)$

(3)　$x^3-27=(x-3)(x^2+3x+9)$

(4)　$3x^2+5x+2=(x+1)(3x+2)$

(5)　$4p^2-12pq+9q^2=(2p-3q)^2$

(6)　$x^2-2y^2-xy-2x-5y-3$
$=x^2-(y+2)x-2y^2-5y-3$
$=x^2-(y+2)x-(2y^2+5y+3)$
$=x^2-(y+2)x-(y+1)(2y+3)$
$=\{x+(y+1)\}\{x-(2y+3)\}$
$=(x+y+1)(x-2y-3)$

(7)　$2(x-1)^2-7(x-1)+6$
$=2A^2-7A+6$
$=(A-2)(2A-3)$
$=(x-1-2)(2x-2-3)$
$=(x-3)(2x-5)$

(8)　$6x^3y-24xy^3$
$=6xy(x^2-4y^2)$
$=6xy(x+2y)(x-2y)$

(9)　$3a^2-6ab-11a+4b+6$
$=(4-6a)b+3a^2-11a+6$
$=-2(3a-2)b+(a-3)(3a-2)$
$=(3a-2)(a-2b-3)$

(10)　$a^3+6a^2+12a+8=(a+2)^3$

(11)　x^4+4x^2+16
$=x^4+8x^2+16-4x^2$
$=(x^2+4)^2-4x^2$
$=\{(x^2+4)+2x\}\{(x^2+4)-2x\}$
$=(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)$

(12)　$10x^2+11xy-6y^2=(2x+3y)(5x-2y)$

(13)　$a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+c^2a+ca^2+2abc$
$=(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a+b^2c+bc^2$
$=(b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)$
$=(b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$
$=(b+c)(a+b)(a+c)$
$=(a+b)(b+c)(c+a)$

因数分解　No.2

次の式を因数分解しなさい。

(1)　x^3+x^2-4x-4

(2)　$6a^2+5ab-4b^2$

(3)　$12a^2-16a-3$

(4)　$8a^3+b^3$

(5)　$6x^2-17xy+12y^2$

(6)　$(a^2+3a)^2-2\left(a^2+3a\right)-8$

(7)　$(a-b)y+bx-ax$

(8)　$1+3ab+a+3b$

(9)　$a^3-a^2b-ac^2+bc^2$

(10)　$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$

(11)　$2a^2-3ab-2b^2-a+7b-3$

(12)　x^4-7x^2+12

(13)　a^4+3a^2+4

因数分解　No.2（解答）

(1)　x^3+x^2-4x-4
$=x^2(x+1)-4(x+1)$
$=(x+1)(x^2-4)$
$=(x+1)(x+2)(x-2)$

(2)　$6a^2+5ab-4b^2=(2a-b)(3a+4b)$

(3)　$12a^2-16a-3=(2a-3)(6a+1)$

(4)　$8a^3+b^3=(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)$

(5)　$6x^2-17xy+12y^2=(2x-3y)(3x-4y)$

(6)　$(a^2+3a)^2-2\left(a^2+3a\right)-8$
$=A^2-2A-8$
$=(A+2)(A-4)$
$=(a^2+3a+2)(a^2+3a-4)$
$=(a+1)(a+2)(a+4)(a-1)$

(7)　$(a-b)y+bx-ax$
$=(a-b)y+(b-a)x$
$=(a-b)y-(a-b)x$
$=(a-b)(y-x)$

(8)　$1+3ab+a+3b$
$=(3b+1)a+3b+1$
$=(3b+1)(a+1)$

(9)　$a^3-a^2b-ac^2+bc^2$
$=(c^2-a^2)b+a^3-ac^2$
$=(c+a)(c-a)b+a(a+c)(a-c)$
$=(c+a)(c-a)b-a(c+a)(c-a)$
$=(c+a)(c-a)(b-a)$
$=(b-a)(a+c)(c-a)$

(10)　$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$
$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+b^2c-bc^2$
$=(b-c)a^2-(b+c)(b-c)a+bc(b-c)$
$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$
$=(b-c)(a-b)(a-c)$
$=(a-b)(b-c)(a-c)$

(11)　$2a^2-3ab-2b^2-a+7b-3$
$=2a^2-(3b+1)a-(2b^2-7b+3)$
$=2a^2-(3b+1)a-(b-3)(2b-1)$
$=\{a-(2b-1)\}\{2a+(b-3)\}$
$=(a-2b+1)(2a+b-3)$

(12)　x^4-7x^2+12
$=(x^2-4)(x^2-3)$
$=(x+2)(x-2)(x^3-3)$

(13)　a^4+3a^2+4
$=a^4+4a^2+4-a^2$
$=(a^2+2)^2-a^2$
$=\left\{(a^2+2)+a\right\}\left\{(a^2+2)-a\right\}$
$=(a^2+a+2)(a^2-a+2)$

因数分解　No.3

次の式を因数分解しなさい。

(1)　$a(x-y)-by+bx$

(2)　a^3+27b^3

(3)　$6x^2+x-15$

(4)　$x^2+2y^2-3xy+5x-8y+6$

(5)　$4x^3-4x^2-x+2$

(6)　x^4+2x^2+9

(7)　$2+2ab-4a-b$

(8)　$8x^2+2xy-15y^2$

(9)　a^4+4x^2-5

(10)　$2abc-a^2b-b^2c-a^2c-bc^2+ab^2+ac^2$

(11)　$3x^2+10xy-8y^2$

(12)　$b^3-ab^2-bc^2+ac^2$

(13)　$(x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24$

(14)　a^3-3a^2+3a-1

因数分解　No.3（解答）

(1)　$a(x-y)-by+bx$
$=a(x-y)+b(x-y)$
$=(a+b)(x-y)$

(2)　a^3+27b^3
$=(a+3b)(a-3ab+9b^2)$

(3)　$6x^2+x-15=(2x-3)(3x+5)$

(4)　$x^2+2y^2-3xy+5x-8y+6$
$=x^2-(3y-5)x+2y^2-8y+6$
$=x^2-(3y-5)x+2(y^2-4y+3)$
$=x^2-(3y-5)x+2(y-1)(y-3)$
$=\{x-2(y-1)\}\{x-(y-3)\}$
$=(x-2y+2)(x-y+3)$

(5)　$4x^3-4x^2-x+2$
$=4x^2(x-2)-(x-2)$
$=(x-2)(4x^2-1)$
$=(x-2)(2x+1)(2x-1)$

(6)　x^4+2x^2+9
$=x^4+6x^2+9-4x^2$
$=(x^2+3)^2-4x^2$
$=(x^2+3+2x)(x^2+3-2x)$
$=(x^2+2x+3)(x^2-2x+3)$

(7)　$2+2ab-4a-b$
$=2ab-4a-b+2$
$=2a(b-2)-(b-2)$
$=(2a-1)(b-2)$

(8)　$8x^2+2xy-15y^2$
$=(2x+3y)(4x-5y)$

(9)　a^4+4x^2-5
$=(a^2-1)(a^2+5)$
$=(a+1)(a-1)\left(a^2+5\right)$

(10)　$2abc-a^2b-b^2c-a^2c-bc^2+ab^2+ac^2$
$=-a^2b-a^2c+2abc+ab^2+ac^2-b^2c-bc^2$
$=-(a^2b+a^2c-2abc-ab^2-ac^2+b^2c+bc^2)$
$=-\left\{(b+c)a^2-(b^2+2bc+c^2)a+bc(b+c)\right\}$
$=-\left\{(b+c)a^2-(b+c)^2a+bc(b+c)\right\}$
$=-(b+c)\left\{a^2-(b+c)a+bc\right\}$
$=-(b+c)(a-b)(a-c)$
$=(a-b)(b+c)(c-a)$

(11)　$3x^2+10xy-8y^2$
$=(x+4y)(3x-2y)$

(12)　$b^3-ab^2-bc^2+ac^2$
$=ac^2-ab^2+b^3-bc^2$
$=a(c^2-b^2)+b(b^2-c^2)$
$=a(c+b)(c-b)-b(c+b)(c-b)$
$=(a-b)(b+c)(c-b)$

(13) $(x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24$

$=A^2+10A+24$

$=(A+4)(A+6)$

$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)$

$=(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)$

$=(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$

(14) $a^3-3a^2+3a-1=(a-1)^3$

因数分解　No.4

次の式を因数分解しなさい。

(1)　$6x^2+xy-y^2$

(2)　$2x^3-x^2-8x+4$

(3)　$2x^2-2y^2+3xy+11x-3y+5$

(4)　$6a^2+23ab-48b^2$

(5)　$2a^3-16b^3$

(6)　x^4+4x^2+16

(7)　$2a+3b-6ab-1$

(8)　$5x^2+8x-4$

(9)　$x^3-6x^2+12x-8$

(10)　$x^2-xy-x-y-2$

(11)　$(x+y)^4-(x-y)^4$

(12)　$4x^2+1$

(13)　$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$

(14)　$abc+ab+bc+ca+a+b+c+1$

因数分解　No.4（解答）

(1)　$6x^2+xy-y^2=(2x+y)(3x-y)$

(2)　$2x^3-x^2-8x+4$
$=x^2(2x-1)-4(2x-1)$
$=(2x-1)(x^2-4)$
$=(2x-1)(x+2)(x-2)$

(3)　$2x^2-2y^2+3xy+11x-3y+5$
$=2x^2+(3y+9)x-2y^2-3y+5$
$=2x^2+(3y+9)x-(2y^2+3y-5)$
$=2x^2+(3y+9)x-(y-1)(2y+5)$
$=\{x+(2y+5)\}\{2x-(y-1)\}$
$=(x+2y+5)(2x-y+1)$

(4)　$6a^2+23ab-48b^2=(2a-3b)(3a+16b)$

(5)　$2a^3-16b^3$
$=2(a^3-8b^3)$
$=2(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)$

(6)　x^4+4x^2+16
$=x^4+8x^2+16-4x^2$
$=(x^2+4)^2-4x^2$
$=(x^2+4+2x)(x^2+4-2x)$
$=(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)$

(7)　$2a+3b-6ab-1$
$=6ab-2a+3b-1$
$=2a(3b-1)+3b-1$
$=(2a+1)(3b-1)$

(8)　$5x^2+8x-4$
$=(x+2)(5x-2)$

(9)　$x^3-6x^2+12x-8=(x-2)^3$

(10)　$x^2-xy-x-y-2$
$=-xy-y+x^2-x-2$
$=-y(x+1)+(x-2)(x+1)$
$=(x+1)(x-y-2)$

(11)　$(x+y)^4-(x-y)^4$
$=\{(x+y)^2+(x-y)^2\}\{(x+y)^2-(x-y)^2\}$
$=(2x^2+2y^2)4xy$
$=8xy(x^2+y^2)$

(12)　$4x^4+1$
$=4x^4+4x^2+1-4x^2$
$=(2x^2+1)^2-4x^2$
$=\{(2x^2+1)+2x\}\{(2x^2+1)-2x\}$
$=(2x^2+2x+1)(2x^2-2x+1)$

(13)　$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$
$=(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-24$
$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-24$
$=(x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24-24$
$=(x^2+5x)\{(x^2+5x)+10\}$
$=x(x+5)(x^2+5x+10)$

(14)　$abc+ab+bc+ca+a+b+c+1$
$=abc+ab+ca+a+bc+b+c+1$
$=a(bc+b+c+1)+(bc+b+c+1)$
$=(a+1)(bc+b+c+1)$
$=(a+1)\{b(c+1)+(c+1)\}$
$=(a+1)(b+1)(c+1)$