

絶対値を含む1次方程式 No.1

次の方程式を解きなさい。

(1) $|x - 2| = 3$

(2) $|2x + 5| = 4x$

(3) $2|x - 3| = 5x$

(4) $|x - 1| + |x + 2| = x$

(5) $||x - 2| - 3| - 4 = 0$

絶対値を含む1次方程式 No.1 (解答)

(1) $|x-2| = 3$ から $x-2 = \pm 3$
すなわち、 $x = 2 \pm 3 = -1, 5$

(3) $2|x-3| = 5x$
[1] $x \geq 3$ のとき、 $2(x-3) = 5x$
 $-3x = 6$
 $x = -2$ これは $x \geq 3$ を満たさない。
[2] $x < 3$ のとき、 $2\{-(x-3)\} = 5x$
 $-2x+6 = 5x$
 $-7x = -6$
 $x = \frac{6}{7}$ これは $x < 3$ を満たす。

[1][2]より、 $x = \frac{6}{7}$

(5) $||x-4|-3|-2 = 0$
 $||x-4|-3| = 2$
 $|x-4|-3 = \pm 2$
 $|x-4| = 1, 5$
 $x-4 = \pm 1, \pm 5$
 $x = -1, 3, 5, 9$

(2) $|2x+5| = 4x$

[1] $x \geq -\frac{5}{2}$ のとき、 $2x+5 = 4x$
 $-2x = -5$
 $x = \frac{5}{2}$ これは $x \geq -\frac{5}{2}$ を満たす。

[2] $x < -\frac{5}{2}$ のとき、 $-(2x+5) = 4x$
 $-6x = 5$
 $x = -\frac{5}{6}$ これは $x < -\frac{5}{2}$ を満たさない。

[1][2]より、 $x = \frac{5}{2}$

(4) $|x-1| + |x+2| = 4x$

[1] $x < -2$ のとき、
 $-(x-1) - (x+2) = 4x$
 $x = -\frac{1}{6}$ これは $x < -2$ を満たさない。

[2] $-2 \leq x < 1$ のとき、
 $-(x-1) + (x+2) = 4x$
 $x = \frac{3}{4}$ これは $-2 \leq x < 1$ を満たす。

[3] $1 \leq x$ のとき、
 $x-1+x+2 = 4x$
 $-2x = -1$
 $x = \frac{1}{2}$ これは $1 \leq x$ を満たさない。

[1][2][3]より、 $x = \frac{3}{4}$

絶対値を含む1次方程式 No.2 (解答)

次の方程式を解きなさい。

(1) $|3 - x| = 2x$

(2) $2|x + 3| - |x - 4| = 7$

(3) $-|x - 1| = 4x$

(4) $\left| \frac{5}{2}x - 3 \right| = 1$

(5) $|1 - |x - 2|| - 3 = 0$

絶対値を含む1次方程式 No.2 (解答)

次の方程式を解きなさい。

(1) $|3-x| = 2x$

[1] $x > 3$ のとき

$$-(3-x) = 2x$$

$$x = -3 \text{ これは } x > 3 \text{ を満たさない。}$$

[2] $x \leq 3$ のとき

$$3-x = 2x$$

$$-3x = -3$$

$$x = 1 \text{ これは } x \leq 3 \text{ を満たす。}$$

[1][2]より、 $x = 1$

(2) $2|x+3| - |x-4| = 7$

[1] $x < -3$ のとき

$$-2(x+3) - \{-(x-4)\} = 7$$

$$-2x-6+x-4 = 7$$

$$x = -17 \text{ これは } x < -3 \text{ を満たす。}$$

[2] $-3 \leq x < 4$ のとき

$$2(x+3) - \{-(x-4)\} = 7$$

$$2x+6+x-4 = 7$$

$$x = \frac{5}{3} \text{ これは } -3 \leq x < 4 \text{ を満たす。}$$

[3] $4 \leq x$ のとき

$$2(x+3) - (x-4) = 7$$

$$2x+6-x+4 = 7$$

$$x = -3 \text{ これは } 4 \leq x \text{ を満たさない。}$$

[1][2][3]より、 $x = -17, \frac{5}{3}$

(3) $-|x-1| = 4x$

[1] $x < 1$ のとき

$$-\{-(x-1)\} = 4x$$

$$x-1 = 4x$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ これは } x < 1 \text{ を満たす。}$$

[2] $x \geq 1$ のとき

$$-(x-1) = 4x$$

$$-x+1 = 4x$$

$$x = \frac{1}{5} \text{ これは } x \geq 1 \text{ を満たさない。}$$

[1][2]より、 $x = -\frac{1}{3}$

(4) $\left| \frac{5}{2}x - 3 \right| = 1$

$$\frac{5}{2}x - 3 = \pm 1$$

$$\frac{5}{2}x = 2, 4$$

$$x = \frac{4}{5}, \frac{8}{5}$$

(5) $|1-|x-2|| - 3 = 0$

$$|1-|x-2|| = 3$$

$$1-|x-2| = \pm 3$$

$$-|x-2| = -4, 2$$

$$|x-2| = 4, -2$$

ここで、 $|x-2| \geq 0$ なので

$$x-2 = \pm 4$$

$$x = -2, 6$$